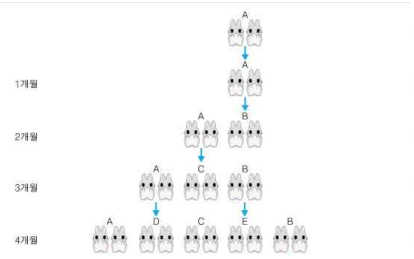


피보나치 수열

| | | | |
|-------|---|----|-------|
| 영역 | 수와 연산 | 대상 | 초·중·고 |
| 관련 단원 | 초등 : 4학년~6학년 수 중등 : 수와 연산 및 중3-이차방정식과 황금비 고등 : 수열 | | |

1. 수학적 이론

이탈리아 수학자 피보나치는 “토끼 암수 한 쌍이 있다. 두 번째 달부터 매달 암수 한 쌍씩 낳는다는 가정하였을 때 몇 달 후 토끼는 몇 쌍이 되겠는가?”라는 질문으로 토끼 번식을 통해 이야기하고 있다. 학생들에게 토끼 이야기로 설명하는 것보다 스티커를 이용하여 피보나치 수열을 설명하기 위하여 이렇게 각색하였다.



반짝반짝 빛나는 작은 보나별이 있습니다.

작은 보나별은 하루가 지나면 큰 보나별이 됩니다.

큰 보나별은 하루가 지나면 작은 보나별과 큰 보나별로 나누어져 거대한 우주를 만듭니다. 별의 생성 과정을 스티커를 붙여서 완성해가며 피보나치 수열을 알아보았다.

2. 학습지 해결과정

| | |
|------|-----------------|
| 현재 | ☆ |
| 1일 후 | ★ |
| 2일 후 | ★ ☆ |
| 3일 후 | ★ ☆ ★ |
| 4일 후 | ★ ☆ ★ ★ ☆ |
| 5일 후 | ★ ☆ ★ ★ ☆ ★ ☆ ★ |

| 함수 표현 | 현재 $f(0)$ | 1일 후 $f(1)$ | 2일 후 $f(2)$ | 3일 후 $f(3)$ | 4일 후 $f(4)$ | 5일 후 $f(5)$ | 6일 후 $f(6)$ | 7일 후 $f(7)$ | 8일 후 $f(8)$ | 9일 후 $f(9)$ | 10일 후 $f(10)$ |
|-------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| 별의 개수 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 |

| $f(n) \times f(n)$ | $f(n-1) \times f(n+1)$ | a, b 의 차 |
|------------------------|------------------------|------------|
| $a = f(1) \times f(1)$ | $b = f(0) \times f(2)$ | 1 |
| $a = f(2) \times f(2)$ | $b = f(1) \times f(3)$ | 1 |
| $a = f(3) \times f(3)$ | $b = f(2) \times f(4)$ | 1 |
| $a = f(4) \times f(4)$ | $b = f(3) \times f(5)$ | 1 |
| $a = f(5) \times f(5)$ | $b = f(4) \times f(6)$ | 1 |

초등

피보나치 수열은 a (가운데 항을 두 번 곱한 값)와 b (양쪽항의 곱)의 차이가 1이 되는 특징이 있다.

| | | | |
|------------------|------------|------------------|------------|
| $f(1) \div f(0)$ | 1 | $f(2) \div f(0)$ | 2 |
| $f(2) \div f(1)$ | 2 | $f(3) \div f(1)$ | 3 |
| $f(3) \div f(2)$ | 1.5 | $f(4) \div f(2)$ | 2.5 |
| $f(4) \div f(3)$ | 1.66666... | $f(5) \div f(3)$ | 2.66666... |
| $f(5) \div f(4)$ | 1.6 | $f(6) \div f(4)$ | 2.6 |
| $f(6) \div f(5)$ | 1.625 | $f(7) \div f(5)$ | 2.625 |
| $f(7) \div f(6)$ | 1.61538462 | $f(8) \div f(6)$ | 2.61538462 |

중등

피보나치 수열은 황금비와 밀접한 관련이 있다. 이어지는 두 항의 나눗셈 (큰 수) \div (작은수)의 값은 황금비 1.618에 가까워진다. 또한 두 번째 나눗셈은 2.618에 가까워짐을 알 수 있다.

우리 주변에 피보나치수열과 황금비와 연관있는 사진을 알아보면 다음과 같다.



3. 준비물

활동지, 전자계산기, 별 스티커(20mm, 10mm), 필기용구

4. 수업 중 활용방안

- 초등 : 주어진 별 이야기를 보고 스티커로 표현할 수 있도록 설명하고 이 숫자 배열의 규칙성을 생각해 보게 한다. 또한 a 와 b 의 차이가 1이 되는 성질을 이야기하도록 유도한다.

- 중등 : 주어진 별 이야기를 보고 스티커로 표현할 수 있도록 설명하고 이 숫자 배열의 규칙성을 생각해 보게 한다. 피보나치 수열이 황금비와의 관련성을 이야기하며 황금비에 대하여 알아보는 수업(이차방정식과 연계)을 진행하면 된다.

- 고등 : 주어진 별 이야기를 보고 스티커보다는 그림으로 표현하며 수열의 규칙성을 알아보고 일반항을 구하는 것 까지 진행하면 더욱 좋을 것이다. 또한, 피보나치 수열과 황금비와의 관련성을 이야기하며 황금비에 대하여 알아보는 수업(이차방정식과 연계)을 진행하면 된다. 초등과 중등의 내용을 합하여 사라지는 사각형까지 진행하여도 좋을 것 같다.