

# 이항분포실험기를 내 손으로!

영역	통계	대상	중고
관련 단원	중등 : 확률과 통계 고등 : 확률과 통계의 조합, 이항정리, 이항분포, 정규분포		

## 1. 수학적 이론



· 일반적으로 1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이  $p$ , ( $q=1-p$ )일 때,  $n$ 번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를  $X$ 라고 하면  $X$ 는  $0, 1, 2, 3, \dots, n$ 의 값을 가지는 확률 변수이다.  $X$ 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, n) \quad \text{이다.}$$

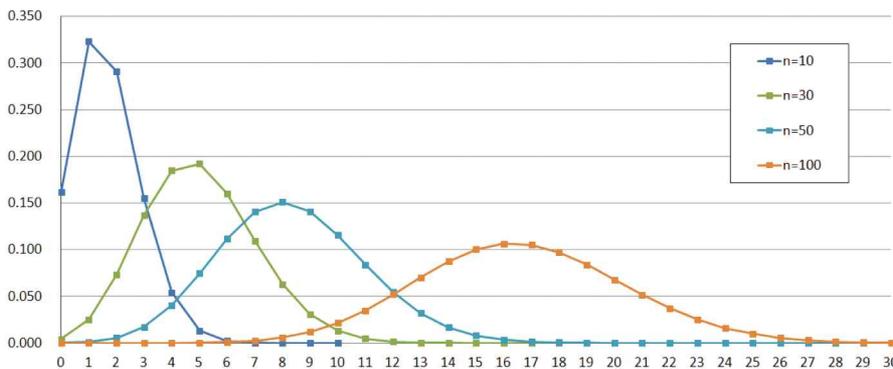
이와 같은 이산확률변수  $X$ 의 확률분포를 **이항분포**라 하고 기호로  $B(n,p)$ 로 나타낸다.

우리가 관찰한 이항분포실험기는  $p = \frac{1}{2}$ 의 값을 가질 때의 확률분포이다.  $P(X=x) = {}_n C_x \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (x=0, 1, 2, \dots, n)$

$p = \frac{1}{2}$ 의  $X$ 의 확률분포는  $n$ 의 값에 상관없이  $X = \frac{n}{2}$ 에서 좌우 대칭을 이루는 특수한 곡선을 이룬다. 일반적으로  $p \neq \frac{1}{2}$  때에는  $n$ 의 값이 30 ~ 50 이상이 되어야  $np$ (평균값)에서 좌우 대

칭을 보인다.

다음은  $p = \frac{1}{6}$ 의 값을 가질 때의  $n(10, 30, 50, 100)$ 인 경우의 이항분포를 그래프로 나타 낸 것이다.



## 2. 만드는 방법

### 가. 준비물

1. 스티로폼보드 : 스티로폼 재질로 된 과일 박스 등
2. 이쑤시개 : 스티로폼에 꽃아  $\frac{1}{2}$ 의 확률로 나누는 공의 갈림길을 만들어 준다. 이쑤시개를 반절로 잘라 사용하기 때문에 스티로폼에 꽃는 이쑤시개의 줄 수를  $n$ 이라 할 때, 필요한 이쑤시개의 개수는  $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{4}$  개 정도이다.
3. BB탄 : 문구점에서 쉽게 구입할 수 있는 6mm BB탄
4. A4용지, B4용지, 칼, 가위, 자, 풀, 볼펜

나. 만들기 (소요시간 : 약 30분)

1. 도안 만들기

① A4용지에 한 변의 길이가 20cm인 정삼각형 ABC 모양의 도안 만들기

㉠ 각 변에 1cm 간격으로 점을 찍는다.

㉡  $\overline{BC}$ 에 평행이 되게  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  위의 점을 이어 19개의 평행선을 긋는다.

㉢  $\overline{BC}$ 위의 19개의 점에서  $\overline{BC}$ 와 수직이 되게 수직선을 삼각형 내부에 긋는다.

㉣ 한 변의 길이가 2cm, 4cm, 6cm, ..., 18cm인 9개의 정삼각형을 그린다. (밑변이  $\overline{BC}$ 에 있고 밑변의 중점 또한  $\overline{BC}$ 의 중점에 있다.)

② 칸막이 도안 만들기

㉠ B4용지에 2개(11cm × 22cm)의 직사각형을 그린다.

㉡ 각각의 직사각형을 2cm, 2cm, 1cm, 2cm, 2cm, 1cm, ...의 간격으로 선을 그어 나눈다. 이때 2cm는 칸막이의 벽이 되고 1cm는 벽 사이가 된다.(벽 높이나 벽 사이의 너비는 자유롭게 조절 가능하다.)

2. 스티로폼에 칸막이와 삼각형 모양 도안 고정하기

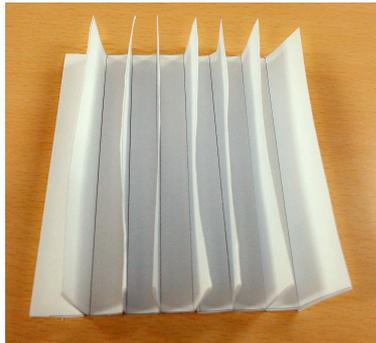
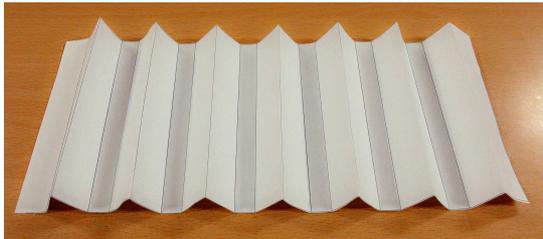
① 칸막이 만들기

㉠ 직사각형을 오린다.

㉡ 직사각형 안에 미리 그어둔 선을 따라 칼등으로 종이가 잘리지 않게 흠을 낸다.

㉢ 칸막이 모양이 되도록 도안을 접는다. 칼집을 내었기 때문에 종이접기가 용이하다. (칸막이의 종이접기가 잘 되어야 나중에 구슬의 위치가 정확해 진다. 매우 중요)

㉣ 칸막이의 벽을 이루는 곳에 풀을 발라 붙인다. 튼튼한 칸막이를 만들기 위해서는 풀이 다 마를 때까지 기다린 후 스티로폼에 칸막이를 고정한다.



② 스티로폼에 칸막이와 삼각형 모양의 도안 고정하기

㉠ 풀을 발라 삼각형 모양의 도안 하단에 칸막이를 붙여준다.

㉡ 삼각형 모양의 도안을 오린다. 칸막이와 접하는 변을 제외한 나머지 두 변을 오릴 때 2cm 정도 여유를 두고 오린다. 또 구슬이 통과할 수 있도록 삼각형의 맨 윗부분의 꼭짓점 A를 포함한 한 칸( $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$ )은 잘라낸다.

㉢ 칸막이 와 삼각형 모양의 도안을 2 ~ 3개의 이쑤시개로 고정한다.

이쑤시개로 충분히 고정되기 때문에 풀을 사용할 필요가 없다. 이때,  $\overline{BC}$ 의 수직선을 칸막이의 벽이 이어지도록 도안을 고정한다.

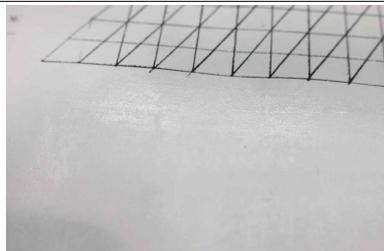
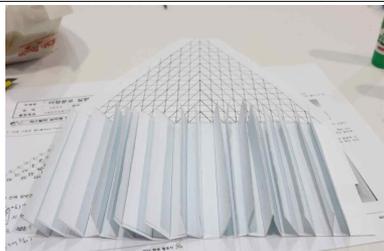
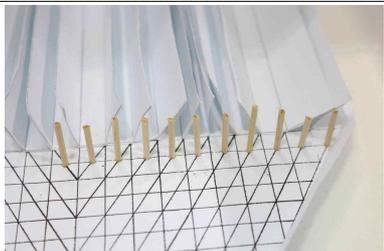
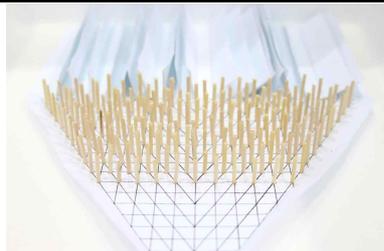
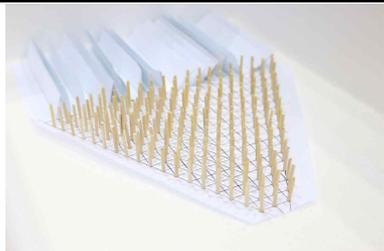
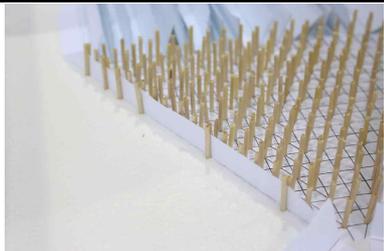
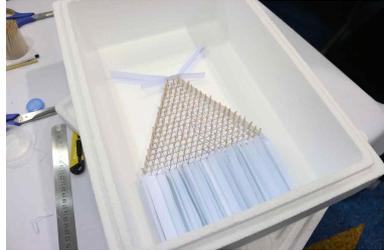
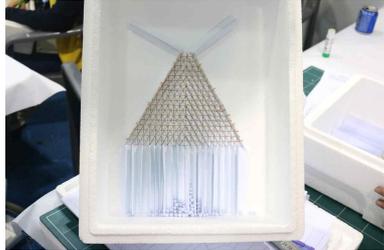
3. 이항분포 실험기의 기둥 만들기

① 이쑤시개를 정확히 반으로 나눈다. 자르지 않고 사용하여도 되지만 기둥의 높이가 높아지면 실험기의 정교성이 떨어진다.

②  $\overline{BC}$ 의 평행선과 삼각형이 만나는 교점에 이쑤시개를 꽂는다. 칸막이가 있는 쪽부터 삼각형의 윗부분 방향으로 이쑤시개를 꽂아나가야 작업하기 용이하다. 평평한 바닥에 놓고 이쑤시개를 수직으로 꽂도록 한다.

③ 칸막이와 접하는 변을 제외한 나머지 두 변을 오릴 때 남겨둔 여유분을 삼각형 안쪽으로 접어 2~3개의 이쑤시개로 고정하여 벽을 만든다.

④ 구슬이 삼각형 안으로 잘 굴러들어갈 수 있도록 삼각형의 맨 윗부분의 구슬이 들어가는 입구에 V자로 종이를 벽을 붙인다.

		
1. 칸막이 만들기	2. 칸막이 펼칠하기	3. 도안에 맞대어 보기
		
4. 도안에 펼칠하기	5. 칸막이와 도안 연결하기	6. 기둥 세우기
		
7. 기둥 만들기	8. 기둥 만들기	9. 측면 외벽 만들기
		
10. 구슬 담는 곳 만들기	11. 실험하기	

### 3. 생활속의 이항분포실험기

가. 쟁반에 소금, 설탕, 밀가루 등의 가루물질을 부어보고 쌓이는 모양을 관찰 해 보자. 가루의 특성상 쌓이는 모양이 조금 다를 수 있다. 이는 가루모양의 연결 상태의 차이 때문이다.

나. 인공적으로 쌓은 모래 언덕은 서로가 대칭을 이루고 있다. 이는 각각의 모래가  $p$ 라는 확률 값으로 서로의 갈림길을 만들어 주면서 입체적으로 쌓이기 때문에 일어나는 현상이다.

다. 산은 퇴적작용과 침식 작용에 의해서 만들어 진다. 비는 산사태를 만들고 산사태는 계곡을 만든다. 계속되는 비의 침식 작용이 산의 형태를 만들어 준 것이다. 물, 흙, 돌이 만드는 토석류(土石流)의 작용이다. 이항분포의 원리와 같은 침식 작용에 의해서 산 모양이 만들어 진 것이다.

\* 이항분포 실험기 도안

